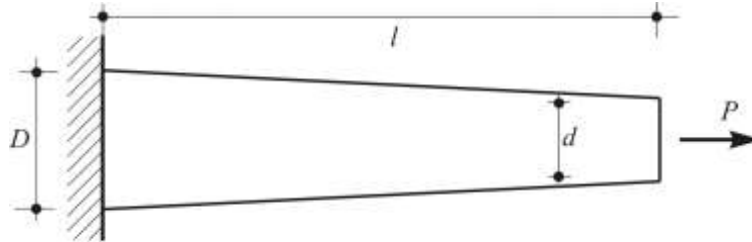


ΛΥΣΕΙΣ άλυτων ΑΣΚΗΣΕΩΝ στην Αντοχή των Υλικών

Ασκήσεις για λύση

- 1) Η ράβδος του σχήματος είναι ομοιόμορφα μεταβαλλόμενης κυκλικής διατομής και εφελκύεται αξονικά με δύναμη P . Αν D και d είναι οι διάμετροι των ακραίων διατομών της ράβδου, l το μήκος της και E το μέτρο ελαστικότητάς της, να υπολογιστεί η επιμήκυνση λόγω P .



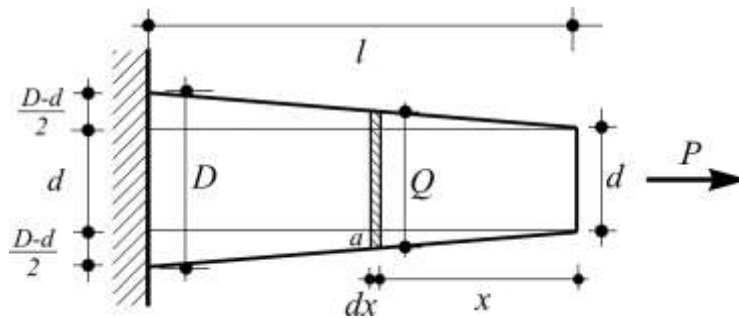
Σχ. 3.10.18

Λύση

Αν Q είναι η μέση διάμετρος στοιχειώδους τεμαχίου πάχους dx σε απόσταση x από το σημείο εφαρμογής της P , από τα όμοια τρίγωνα προκύπτει:

$$\frac{a}{(D-d)/2} = \frac{x}{l} \leftrightarrow 2a = \frac{x}{l}(D-d)$$

και συνεπώς $Q = d + 2a = d + x(D-d)/l$



Η επιμήκυνση του στοιχείου dx κατά Hooke, είναι:

$$\Delta dx = \frac{P \cdot dx}{E \cdot A} = \frac{4P \cdot dx}{E \cdot \pi Q^2} = \frac{4P \cdot dx}{\pi \left[d + \frac{x}{l}(D-d) \right]^2 E}$$

Συνεπώς η επιμήκυνση της ράβδου θα προκύψει από την ολοκλήρωση των επιμηκύνσεων των επί μέρους στοιχείων, δηλαδή:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{4P \cdot dx}{\pi \left[d + \frac{x}{l}(D-d) \right]^2 E} = \frac{4P}{\pi E} \int_0^l \frac{dx}{\left[d + \frac{x}{l}(D-d) \right]^2} = \frac{4P}{\pi E} A$$

όπου A η τιμή του ολοκληρώματος που θα υπολογιστεί. **Θέτω**

$$d + \frac{(D-d)x}{l} = \omega, \quad \text{οπότε} \quad x = \frac{(\omega-d)l}{D-d} \quad \text{και} \quad dx = \frac{l}{D-d} d\omega. \quad \text{Άρα:}$$

$$A = \int_0^l \frac{l}{\omega^2} d\omega = \frac{l}{D-d} \int_0^l \frac{d\omega}{\omega^2} = \frac{l}{D-d} \int_0^l \omega^{-2} d\omega = \frac{l}{D-d} \left[\frac{\omega^{-2+1}}{-2+1} \right]_0^l \quad \text{ή}$$

$$A = \frac{l}{D-d} \left[-\frac{1}{\omega} \right]_0^l = \frac{l}{D-d} \left[-\frac{1}{d + \frac{(D-d)x}{l}} \right]_0^l$$

$$= \frac{l}{D-d} \left[-\frac{1}{d + \frac{(D-d)l}{l}} + \frac{1}{d + \frac{(D-d)0}{l}} \right] = \frac{l}{D-d} \left[-\frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right]$$

$$= \frac{l}{D-d} \cdot \frac{D-d}{D \cdot d} = \frac{l}{D \cdot d}$$

Έτσι η συνολική επιμήκυνση είναι:

$$\Delta l = \frac{4P}{\pi E} A = \frac{4P \cdot l}{\pi \cdot E \cdot D \cdot d}$$

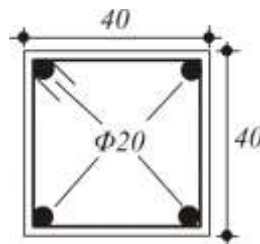
$$\text{Απάντηση: } \Delta l = \frac{4P \cdot l}{\pi \cdot E \cdot D \cdot d}$$

- 2** Υποστύλωμα οπλισμένου σκυροδέματος, τετραγωνικής διατομής, 40x40 cm, φέρει θλιπτικό φορτίο 60 t και είναι οπλισμένο με 4Φ20.

Αν το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος είναι $E_b = 140.000 \text{ kp/cm}^2$ ενώ του χάλυβα $E_e = 15 \cdot E_b$, να υπολογιστούν:

α) Οι θλιπτικές τάσεις σ_b και σ_e που αναπτύσσονται στο σκυρόδεμα και το χάλυβα αντίστοιχα και

β) Η ανηγμένη επιβράχυνση του στύλου.



Σχ. 3.10.19

Λύση

α) Αν P_b και P_e είναι αντίστοιχα οι δυνάμεις που παραλαμβάνονται από το σκυρόδεμα και το χάλυβα, τότε προφανώς θα ισχύει $P_b + P_e = 60 \text{ t}$ (1).

Επειδή η επιβράχυνση του υποστυλώματος είναι η ίδια και στα δύο υλικά, θα είναι

$$\Delta l = \frac{P_e \cdot l}{E_e \cdot A_e} = \frac{P_b \cdot l}{E_b \cdot A_b} \quad \text{ή} \quad \frac{P_e}{E_e \cdot A_e} = \frac{P_b}{E_b \cdot A_b} \quad (2)$$

όπου A_b και A_e είναι αντίστοιχα οι διατομές σκυροδέματος και χάλυβα, που είναι:

$$A_e = 4 \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 12,56 \text{ cm}^2 \quad \text{και} \quad A_b = 40 \cdot 40 - 12,5664 = 1.587,44 \text{ cm}^2$$

Από την (2) προκύπτει

$$\frac{P_e}{P_b} = \frac{E_e \cdot A_e}{E_b \cdot A_b} = \frac{15 E_b \cdot A_e}{E_b \cdot A_b} = \frac{15 \cdot 12,56}{1.587,44} = 0,1187,$$

και συνεπώς $P_e = 0,11874 \cdot P_b$. Θέτοντας ήδη την τιμή αυτή στην (1), προκύπτει:

$P_b \cdot (1 + 0,1187) = 60.000$, οπότε $P_b = 53.633,68 \text{ kp}$ και $P_e = 6.366,32 \text{ kp}$, οπότε οι αντίστοιχες τάσεις είναι: $\sigma_b = 33,78 \text{ kp/cm}^2$ και $\sigma_e = 506,77 \text{ kp/cm}^2$

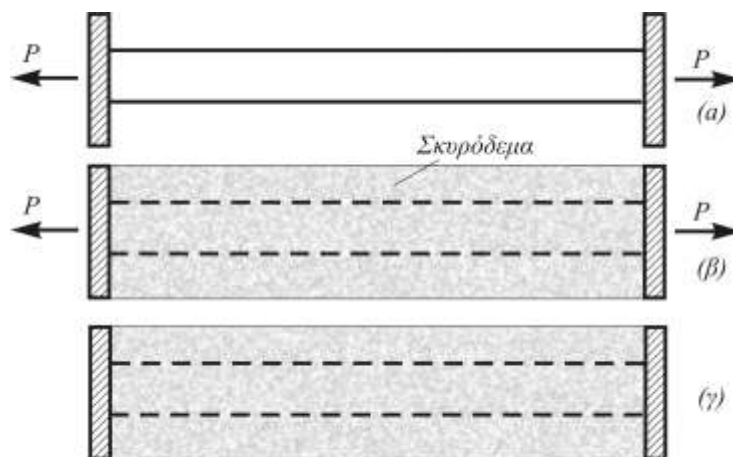
β) Η ανηγμένη επιβράχυνση του στύλου θα προκύψει χρησιμοποιώντας μία από τις σχέσεις (2), π.χ. εκείνη του χάλυβα.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{P_e}{E_e \cdot A_e} = \frac{6.366,32}{15 \cdot 144.000 \cdot 12,56} = 2,35 \cdot 10^{-4}$$

Απάντηση: α) $\sigma_b = 33,6 \text{ kp/cm}^2$, $\sigma_e = 504 \text{ kp/cm}^2$
β) $\varepsilon = 2,4 \cdot 10^{-4}$

- 3** Το προεντεταμένο σκυρόδεμα κατασκευάζεται μερικές φορές με τον ακόλουθο τρόπο. Χαλύβδινες ράβδοι πολύ υψηλής αντοχής, τεντώνονται με ειδικό υδραυλικό μηχανισμό που επιβάλλει σ' αυτές εφελκυστική δύναμη P .

Τότε χύνεται το σκυρόδεμα που τις σκεπάζει, για να σχηματίσει πχ. την εικονιζόμενη δοκό του σχ. β.



Σχ. 3.10.20

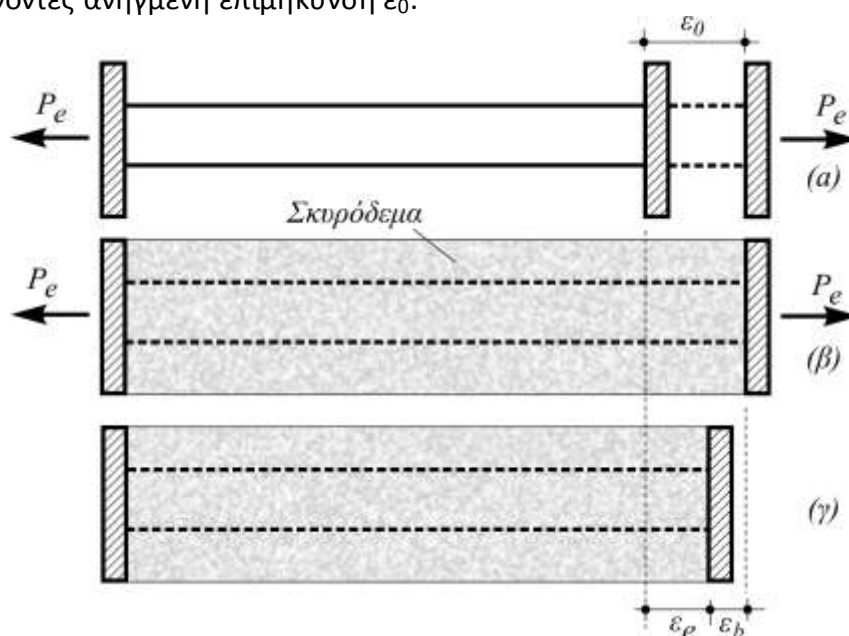
Μετά την πήξη του σκυροδέματος και την απόκτηση της κατάλληλης αντοχής του, οι υδραυλικοί μηχανισμοί παύουν πλέον να εξασκούν την P και απομακρύνονται (σχ. γ). Έτσι η δοκός βρίσκεται σε εντατική κατάσταση με εφελκυσμό στο χάλυβα και θλίψη στο σκυρόδεμα.

Έστω ότι η P δημιουργεί αρχικά στις ράβδους εφελκυστική τάση $\sigma_0 = 5.000 \text{ kr/cm}^2$. Αν τα μέτρα ελαστικότητας χάλυβα σκυροδέματος έχουν λόγο $E_e:E_b = 10:1$ ενώ αντίστοιχα οι διατομές τους έχουν λόγο $F_e:F_b = 1:40$, να υπολογιστούν οι τάσεις που αναπτύσσονται τελικά στα δύο υλικά.

Λύση

Αν P_e είναι η εφελκυστική δύναμη που ασκείται αρχικά στο χάλυβα, θα είναι $P_e = \sigma_0 \cdot F_e$, όπου F_e η συνολική διατομή των τενόντων.

Έτσι η δύναμη αυτή, πριν από την έκχυση του σκυροδέματος, προκαλεί στους τένοντες ανηγμένη επιμήκυνση ε_0 .



Μετά την πήξη του σκυροδέματος και την απομάκρυνση των υδραυλικών μηχανισμών, το **σκυρόδεμα**, συμπιεζόμενο από τους τένοντες εμφανίζει ανηγμένη **επιβράχυνση** ε_b , ενώ η εφελκυστική δύναμη των **τενόντων**, καθώς μειώνεται προοδευτικά ώσπου να γίνει **ίση** με τη θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος, εμφανίζει ανηγμένη **επιμήκυνση** ε_e , έτσι ώστε να ισχύει η σχέση

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_e + \varepsilon_b,$$

που είναι και η συνθήκη συμβιβαστού των παραμορφώσεων.

Η παραπάνω σχέση, λαμβάνοντας υπόψη το νόμο του Hooke, γίνεται:

$$\frac{\sigma_0}{E_e} = \frac{\sigma_e}{E_e} + \frac{\sigma_b}{E_b} \Leftrightarrow \frac{\sigma_0 \cdot E_b}{E_e} = \frac{\sigma_e \cdot E_b}{E_e} + \frac{\sigma_b \cdot E_b}{E_b} \Leftrightarrow \frac{5.000}{10} = \frac{\sigma_e}{10} + \sigma_b = \mathbf{500} \quad (1)$$

Αν P_b και P_e είναι οι δυνάμεις που παραλαμβάνονται από το σκυρόδεμα και το χάλυβα, προκαλώντας αντίστοιχα τάσεις σ_b και σ_e , επειδή $P_b = P_e = P$, από τα δεδομένα του προβλήματος προκύπτει:

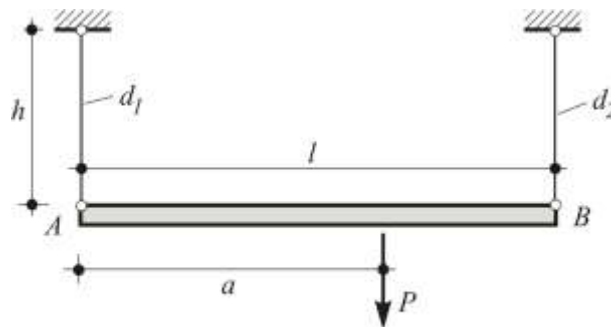
$$\sigma_b \cdot F_b = \sigma_e \cdot F_e \quad \Leftrightarrow \quad \sigma_e = \frac{F_b}{F_e} \sigma_b = 40 \cdot \sigma_b \quad (2)$$

Θέτοντας ήδη την τιμή της σ_e από την εξίσωση (2) στην (1) προκύπτει:

$$4 \cdot \sigma_b + \sigma_b = 500 \quad \text{ή} \quad \sigma_b = 100 \text{ kp/cm}^2 \quad \text{και συνεπώς λόγω της (2), } \sigma_e = 4.000 \text{ kp/cm}^2.$$

$$\text{Απάντηση: } \sigma_e = 4.000 \text{ kp/cm}^2, \quad \sigma_b = 100 \text{ kp/cm}^2.$$

- 4) Η δοκός AB του σχήματος είναι άκαμπτη και κρέμεται από τα άκρα της A και B μέσω δύο ράβδων, οι οποίες είναι από το ίδιο υλικό, έχουν το ίδιο μήκος και διαμέτρους d_1 και d_2 .



Σχ. 3.10.21

Παραλείποντας το ίδιο βάρος δοκού και ράβδων, να υπολογιστεί σε ποια απόσταση από το A πρέπει να ενεργήσει κατακόρυφα συγκεντρωμένο φορτίο P, ώστε η δοκός να παραμείνει οριζόντια.

Λύση

Αν A και B οι αντιδράσεις της δοκού που δρουν ως εφελκυστικές δυνάμεις των ράβδων 1 και 2 αντίστοιχα, με την παραπάνω διαστασιολόγηση, θα είναι:

$$A = \frac{l-a}{l} P \quad \text{και} \quad B = \frac{a}{l} P \quad (1)$$

Για να διατηρηθεί η δοκός AB οριζόντια, θα πρέπει οι επιμηκύνσεις των δύο ράβδων να είναι ίσες, δηλαδή $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l$. Άρα:

$$\Delta l = \frac{A \cdot h}{E \cdot F_1} = \frac{B \cdot h}{E \cdot F_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{A}{F_1} = \frac{B}{F_2} \quad (2)$$

Θέτοντας ήδη τις τιμές της (1) στη (2), προκύπτει:

$$\frac{\frac{l-a}{l} P}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{\frac{a}{l} P}{\frac{\pi d_2^2}{4}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{l-a}{d_1^2} = \frac{a}{d_2^2},$$

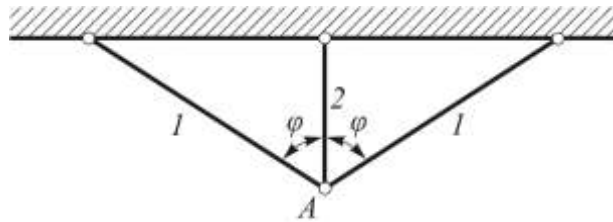
από όπου προκύπτει διαδοχικά

$$d_1^2 \cdot a = d_2^2 \cdot l - a d_2^2 \quad \Leftrightarrow \quad a(d_1^2 + d_2^2) = d_2^2 \cdot l \quad \text{και τελικά}$$

$$a = \frac{d_2^2 \cdot l}{d_1^2 + d_2^2}$$

Απάντηση: $a = \frac{d_2^2}{d_1^2 + d_2^2} l.$

- 5) Του εικονιζόμενου συμμετρικού δικτυώματος να υπολογιστούν οι δυνάμεις των ράβδων του, αν η θερμοκρασία μόνον της μεσαίας ράβδου αυξηθεί κατά $\Delta\theta$. Να ληφθούν E , F , και α τα ίδια για όλες τις ράβδους.



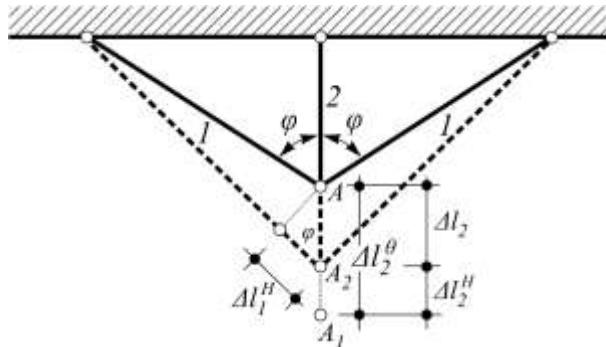
Σχ. 3.10.22

Λύση

Αν η ράβδος 2 ήταν ελεύθερη, λόγω $\Delta\theta > 0$, θα επιμηκύνονταν κατά

$$\Delta l_2^\theta = l_2 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta,$$

με αποτέλεσμα τη μετακίνηση του σημείου A στο A_1 . Λόγω όμως της μερικής παρεμπόδισής της από τις ως εκ τούτου εφελκνόμενες ράβδους '1', καταλήγει στη θέση A_2 , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Κατά τη διαδρομή του A από το A_1 στο A_2 , οι ράβδοι '1' επιμηκύνονται τελικά κατά Δl_1^H λόγω εφελκυστικών δυνάμεων S_1 , προκαλώντας ταυτόχρονα στη ράβδο 2 επιβράχυνση Δl_2^H κατά Hooke, λόγω αναπτυσσόμενης θλιπτικής δύναμης S_2 . Έτσι η ράβδος 2 εμφανίζει **τελικά** μια επιμήκυνση Δl_2 , που είναι:

$$\Delta l_2 = \Delta l_2^\theta - \Delta l_2^H, \quad (1)$$

έτσι ώστε να ισχύει η γνωστή σχέση συμβιβαστού των παραμορφώσεων

$$\Delta l_1^H = \Delta l_2 \cdot \sigma \nu \varphi. \quad (2)$$

Εκφράζοντας τις επιμηκύνσεις των ράβδων 1 και 2 κατά Hooke, είναι:

$$\Delta l_1^H = \frac{S_1 l_1}{EF} \quad \text{και} \quad \Delta l_2^H = \frac{S_2 l_2}{EF}. \quad (3)$$

Όμως από τη γεωμετρία του σχήματος είναι $l_2 = l_1 \sin \varphi$, ενώ από την ισορροπία του κόμβου A₂ προκύπτει ότι

$$\Sigma F_y^{\uparrow+} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2S_1 \sin \varphi - S_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S_2 = 2S_1 \sin \varphi. \quad (4)$$

Έτσι η επιβράχυνση Δl_2^H της ράβδου 2 διαμορφώνεται στην

$$\Delta l_2^H = \frac{S_2 l_2}{EF} = \frac{2S_1 \sin \varphi \cdot l_1 \sin \varphi}{EF} = \frac{2S_1 \cdot l_1 \sin^2 \varphi}{EF},$$

και συνεπώς η τελική επιμήκυνση Δl_2 της ράβδου 2, λόγω της (1), είναι:

$$\begin{aligned} \Delta l_2 &= \Delta l_2^\theta - \Delta l_2^H = l_1 \sin \varphi \cdot a \cdot \Delta \theta - \frac{2S_1 \cdot l_1 \sin^2 \varphi}{EF} = \\ &= l_1 \sin \varphi \left(a \cdot \Delta \theta - \frac{2S_1 \sin \varphi}{EF} \right) \end{aligned}$$

Έτσι η (2), λαμβάνοντας υπόψη και την πρώτη των σχέσεων (3), γίνεται:

$$\frac{S_1 l_1}{EF} = l_1 \sin^2 \varphi \left(a \cdot \Delta \theta - \frac{2S_1 \sin \varphi}{EF} \right),$$

από την οποία διαδοχικά προκύπτει:

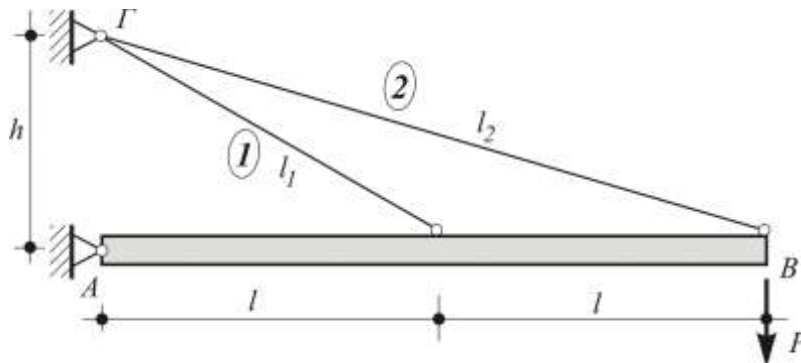
$$\frac{S_1}{EF} (1 + 2S_1 \sin^3 \varphi) = \sin^2 \varphi \cdot a \cdot \Delta \theta \quad \text{ή} \quad S_1 = \frac{\sin^2 \varphi}{1 + 2S_1 \sin^3 \varphi} E F a \Delta \theta$$

Η S_2 , που θα προκύψει τώρα από την (4), είναι:

$$S_2 = 2S_1 \sin \varphi = \frac{2 \sin^3 \varphi}{1 + 2S_1 \sin^3 \varphi} E F a \Delta \theta$$

$$\text{Απάντηση: } S_1 = \frac{\sin^2 \varphi}{1 + 2 \sin^3 \varphi} E F a \Delta \theta, \quad S_2 = -\frac{2 \sin^3 \varphi}{1 + 2 \sin^3 \varphi} E F a \Delta \theta.$$

- 6 Η άκαμπτη ράβδος AB του σχήματος στηρίζεται με τη βοήθεια μιας άρθρωσης στο A και δύο ράβδων οι οποίες είναι από το ίδιο υλικό και έχουν διατομές F_1 και F_2 .



Σχ. 3.10.23

Με δοσμένη τη διαστασιολόγηση της κατασκευής και θεωρώντας τα βάρη των μελών της αμελητέα, να υπολογιστούν οι εφελκυστικές δυνάμεις των ράβδων 1 και 2 μετά την τοποθέτηση του φορτίου P στο B.

Λύση

Αν S_1 και S_2 είναι οι εφελκυστικές δυνάμεις των ράβδων 1 και 2 που σχηματίζουν με την άκαμπτη ράβδο AB αντίστοιχα γωνίες ϕ και ω , ο μηδενισμός του αλγεβρικού αθροίσματος των ροπών ως προς την άρθρωση A, θα δώσει:

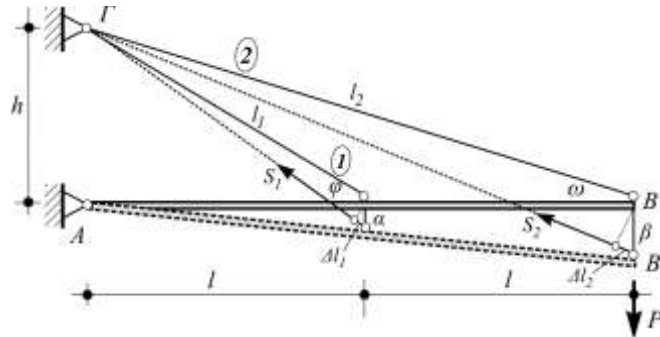
$$(\Sigma M)_A^{+/+} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad P \cdot 2l - S_1 \eta \mu \phi \cdot l - S_2 \eta \mu \omega \cdot 2l = 0$$

$$\text{ή} \quad S_1 \eta \mu \phi + 2S_2 \eta \mu \omega = 2P \quad (1)$$

Μετά την επιβολή της P και την ως εκ τούτου μετακίνηση του B στο B_1 , οι ράβδοι 1 και 2 επιμηκύνονται κατά Δl_1 και Δl_2 αντίστοιχα. Οι επιμηκύνσεις αυτές, σε σχέση με τις αντίστοιχες υποχωρήσεις α και β των σημείων συναρμογής των, ικανοποιούν τις σχέσεις συμβιβαστού των παραμορφώσεων, που είναι:

$$\Delta l_1 = \alpha \cdot \eta \mu \phi \quad \text{και} \quad \Delta l_2 = \beta \cdot \eta \mu \omega \quad (2)$$

Από την ομοιότητα των τριγώνων, σε συνδυασμό με τις σχέσεις (2), είναι:



$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{2} = \frac{\frac{\Delta l_1}{\eta \mu \phi}}{\frac{\Delta l_2}{\eta \mu \omega}} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta l_2 \eta \mu \phi = 2 \Delta l_1 \eta \mu \omega \quad \Leftrightarrow \quad \frac{S_2 l_2 \eta \mu \phi}{EF_2} = \frac{2S_1 l_1 \eta \mu \omega}{EF_1},$$

από όπου προκύπτει ότι

$$S_2 = 2S_1 \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{\eta \mu \omega}{\eta \mu \phi} = 2S_1 \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{\frac{h}{l_2}}{\frac{h}{l_1}} = 2S_1 \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} \quad (3)$$

Θέτοντας ήδη την τιμή της S_2 από την (3) στην (1) προκύπτει

$$S_1 \frac{h}{l_1} + 2 \cdot 2S_1 \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} \frac{h}{l_2} = 2P \quad \Leftrightarrow \quad S_1 \left(\frac{h}{l_1} + 4 \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} \frac{h}{l_2} \right) = 2P$$

$$\text{και τελικά} \quad S_1 = \frac{2P}{4h \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{h}{l_1}}.$$

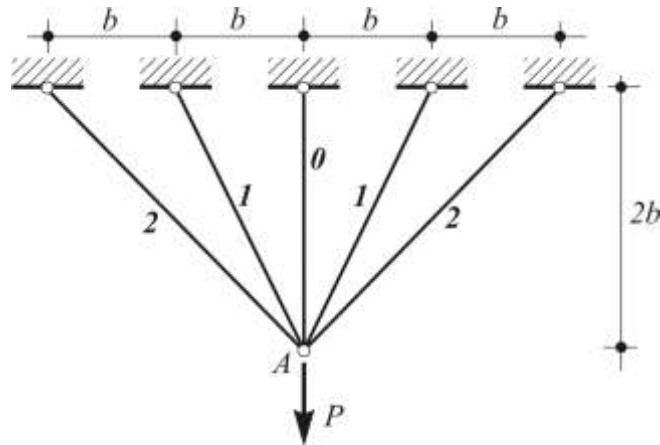
Η S_2 , θα προκύψει από την (3)

$$S_2 = 2 \frac{2P}{4h \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{h}{l_1}} \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} = \frac{2P}{\frac{2h \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{h}{2l_1}}{\frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{F_2}{F_1}}} = \frac{2P}{\frac{2h}{l_2} + \frac{hl_2^2}{2l_1^3} \cdot \frac{F_1}{F_2}}$$

Απάντηση:
$$S_1 = \frac{2P}{4h \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{l_1^2}{l_2^3} + \frac{h}{l_1}}, \quad S_2 = \frac{2P}{\frac{h}{2} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{l_2^2}{l_1^3} + 2 \frac{h}{l_2}}.$$

- 7 Η κατασκευή του σχήματος αποτελείται από πέντε χαλύβδινες ράβδους διαμέτρου $d = 1 \text{ cm}$.

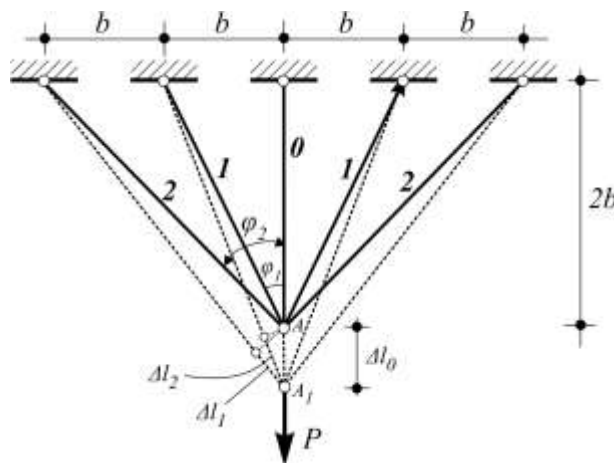
Αν $\sigma_{\text{επ}} = 1400 \text{ kp/cm}^2$, να υπολογιστεί η επιτρεπόμενη τιμή του φορτίου P .



Σχ. 3.10.24

Λύση

Λόγω συμμετρίας της κατασκευής αλλά και της ομοιότητας υλικού και διατομών των ράβδων, έπεται ότι, μετά την επιβολή του φορτίου P , ο κόμβος A θα μετακινηθεί **κατακόρυφα** στη θέση A_1 , επιμηκύνοντας όλες τις ράβδους.



Αν Δl_0 είναι η επιμήκυνση της ράβδου 1, τότε οι επιμηκύνσεις Δl_i όλων των υπολοίπων ράβδων ($i = 1, 2, \dots$) συσχετίζονται αντίστοιχα προς την Δl_0 , μέσα από τη γνωστή εξίσωση συμβιβαστού των παραμορφώσεων

$$\Delta l_i = \Delta l_0 \cdot \sin \varphi_i, \quad (1)$$

από την οποία προκύπτουν και οι επί πλέον εξισώσεις για τον υπολογισμό των αντιστοίχων δυνάμεων των ράβδων.

Αν λοιπόν S_0 , S_1 και S_2 είναι οι άγνωστες εφελκυστικές δυνάμεις των ράβδων, τότε η ισορροπία του κόμβου Α θα μας δώσει τη μοναδική εξίσωση που προέρχεται από τη Στατική,

$$\Sigma F_y^{\uparrow} = 0 \quad \leftrightarrow \quad S_0 + 2S_1 \sin \varphi_1 + 2S_2 \sin \varphi_2 = P. \quad (2)$$

Οι άλλες δύο εξισώσεις θα προκύψουν από τις επιμηκύνσεις των ράβδων σε συνδυασμό πάντα με τις σχέσεις (1). Έτσι, για $i = 1, 2$ οι σχέσεις (1) θα δώσουν:

$$\frac{S_1 l_1}{EF} = \frac{S_0 l_0}{EF} \sin \varphi_1 \quad \leftrightarrow \quad S_1 l_1 = S_0 l_0 \sin \varphi_1 = S_0 (l_1 \sin \varphi_1) \sin \varphi_1$$

$$\text{δηλαδή} \quad S_1 = S_0 \sin^2 \varphi_1,$$

οπότε αντίστοιχα βρίσκουμε: $S_2 = S_0 \sin^2 \varphi_2$.

Όμως από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει

$$\sin \varphi_1 = \frac{2b}{\sqrt{b^2 + 4b^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{και} \quad \sin \varphi_2 = \frac{2b}{\sqrt{4b^2 + 4b^2}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Έτσι, οι δυνάμεις S_1 , και S_2 , των ράβδων 1 και 2, συναρτήσει της S_0 , θα είναι αντίστοιχα:

$$S_1 = S_0 \sin^2 \varphi_1 = \frac{4}{5} S_0 \quad \text{και} \quad S_2 = S_0 \sin^2 \varphi_2 = \frac{S_0}{2}$$

Θέτοντας ήδη τις παραπάνω τιμές στην (1), προκύπτει

$$S_0 + 2 \frac{4}{5} S_0 \sin \varphi_1 + S_0 \sin \varphi_2 = P \quad \leftrightarrow \quad S_0 \left(1 + 2 \frac{4 \cdot 2\sqrt{5}}{5 \cdot 5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = P$$

$$\text{ή} \quad S_0 = \frac{P}{3,138} = 0,3186 \cdot P.$$

Επειδή οι δυνάμεις των ράβδων 1 και 2 είναι μικρότερες από τη δύναμη της ράβδου 0, θα γίνει ο έλεγχος αντοχής μόνο για τη ράβδο 0. Δηλαδή

$$\sigma_0 = \frac{S_0}{\frac{\pi \cdot 1^2}{4}} \leq \sigma_{\varepsilon\pi} \quad \leftrightarrow \quad \frac{4 \cdot 0,3186 \cdot P}{3,1416} \leq 1400$$

$$\text{οπότε} \quad P \leq 3.451,2 \text{ kp}.$$

Απάντηση: $P_{\varepsilon\pi} = 3.450 \text{ kp}$.